

Relazione dell'insegnante allegata alla tesina dal titolo:

De sphaeris cadentibus in capillorum detergentem

Questa proposta è stata rivolta a studenti della classe I del liceo classico. L'introduzione teorica e l'attività sperimentale sono avvenute nel laboratorio di fisica durante ore extracurricolari.

Gli studenti che hanno partecipato non avevano ancora avuto occasione di svolgere un'attività sperimentale e avevano iniziato lo studio della fisica da solo due mesi.

Questa circostanza mi ha costretto a non dare nulla per scontato: ho dovuto rispettare i tempi necessari ai ragazzi per assimilare il metodo e per usare gli strumenti adeguati all'approccio sperimentale della fisica e soffermarmi nell'analisi dell'esperimento, quando le loro forze non erano in grado di affrontarla.

Il fenomeno studiato, il moto di sferette in un liquido viscoso (lo shampoo), in quanto tale è semplice. Infatti, i principi teorici che descrivono la caduta di un grave in un mezzo viscoso sono piuttosto elementari e la loro descrizione si può trovare nelle prime pagine di un qualsiasi libro di fisica del biennio delle scuole superiori, ma quando ci si addentra e si cerca di verificare entro quali limiti è possibile applicare la legge di Stokes per ricavare, dalla misurazione della velocità di regime, la viscosità di un liquido, nascono i problemi. La formula di Stokes vale, infatti, solo se il liquido in cui cade la sferetta è infinitamente esteso, ma con i recipienti che si hanno a disposizione, non si può pensare di lavorare in queste condizioni; inoltre la viscosità varia molto sensibilmente con la temperatura: anche la variazione di un grado centigrado può alterare il valore delle misure.

Non ho ritenuto opportuno introdurre questi fattori di correzione nel calcolo della viscosità eseguito dagli studenti per due ragioni: la prima è che tale coefficiente per lo shampoo usato da noi non è tabulato da nessuna parte e quindi non avremmo avuto dei criteri per stimare la differenza dei risultati ottenuti e la seconda è che, visto il tema del convegno: Ordine e disordine in natura, abbiamo ragionato su come questi fattori influenzassero la distribuzione di frequenza delle misure dei tempi di caduta delle sferette nel liquido.

Lo sviluppo del percorso realizzato con gli studenti si può sostanzialmente dividere in tre fasi.

- **Prima fase: introduzione teorica**

Gli studenti erano già a conoscenza delle leggi del moto rettilineo uniforme, mi sono quindi limitata a una descrizione della dinamica del moto di una sferetta in un liquido viscoso servendomi anche di animazioni e di software didattici. Essi hanno introdotto i ragazzi anche alla conoscenza degli strumenti di cui si serve la fisica come per esempio i grafici, gli schemi vettoriali ecc.. Un altro punto, su cui è stato necessario lavorare molto in itinere, è stato esplicitare il concetto di misura e di incertezza che per alcuni studenti non era noto e per altri non era interiorizzato.

- **Seconda fase: esecuzione delle misurazioni**

A questo momento abbiamo dedicato molto tempo e si è rivelato piuttosto impegnativo. Le prime prove sono servite, infatti, per sviluppare una sensibilità negli studenti su cosa significasse eseguire una misura, inoltre alcune misure sono state ripetute perché ci si era accorti, strada facendo, che c'erano dei fattori che andavano monitorati mentre queste venivano eseguite.

- **Terza fase: discussione ed elaborazione dei dati**

I dati raccolti dagli studenti sono stati a mano a mano discussi ed elaborati. La mancanza della simmetria che puntualmente si presentava nelle distribuzioni di frequenza che venivano costruite di volta in volta, aprivano degli interrogativi sul nostro lavoro

- sia da un punto di vista statistico, in merito alla scelta del criterio per fissare il numero degli intervalli di frequenza: inizialmente l'avevamo ricavato eseguendo la radice del numero delle misure e poi abbiamo optato per la formula $k=1+3,322\log_{10}n$, dove n è il numero delle misure;
- sia da un punto di vista sperimentale, su come era stata eseguita la misura e se, e in quale modo potevano essere state alterate le condizioni di tali misurazioni.

Sebbene al termine del percorso alcuni problemi restino ancora aperti e alcune congetture dovrebbero essere verificate, penso che il valore di questo lavoro sia l'esser stato l'occasione per riflettere su una delle prime operazioni proprie della dimensione sperimentale, cioè la misura, e sui limiti e il valore del significato del concetto di riproducibilità di un esperimento.

DE SPHAERIS
CADENTIBUS IN
CAPILLORUM
DETERGENTEM

INDICE

1.	<i>Introduzione</i>	<i>Pagina 3</i>
2.	<i>Principi teorici</i>	<i>Pagina 4</i>
3.	<i>Descrizione dell'apparato sperimentale</i>	<i>Pagina 5</i>
3.1	<i>Sferette di metallo</i>	<i>Pagina 5</i>
3.2	<i>Cilindro graduato</i>	<i>Pagina 6</i>
3.3	<i>Cronometro</i>	<i>Pagina 6</i>
3.4	<i>Descrizione generale dell'operazione</i>	<i>Pagina 7</i>
4.	<i>La misura della densità</i>	<i>Pagina 7</i>
5.	<i>Studio del moto di una sferetta in un liquido viscoso: verifica dell'MRU</i>	<i>Pagina 8</i>
6.	<i>Calcolo del coefficiente di viscosità</i>	<i>Pagina 10</i>
7.	<i>Misura del tempo di caduta di 200 sferette</i>	<i>Pagina 11</i>
8.	<i>Nuove verifiche sperimentali necessarie per la rielaborazione dei dati</i>	<i>Pagina 15</i>
8.1	<i>Misurazioni al variare della temperatura</i>	<i>Pagina 15</i>
9.	<i>Conclusioni</i>	<i>Pagina 16</i>
10.	<i>Bibliografia e sitografia</i>	<i>Pagina 17</i>

1. INTRODUZIONE

Il nostro gruppo è venuto a conoscenza della possibilità di partecipare al progetto “ScienzaFirenze” grazie ad una professoressa di fisica del nostro istituto che ha illustrato il tema e le finalità dell’iniziativa. “Caos e ordine nel mondo della natura” è sembrato a tutti noi, fin da subito, un argomento interessante che ha catturato immediatamente la nostra attenzione. L’esperimento che avremmo dovuto realizzare in laboratorio consiste nello studio del moto di caduta di piccole sfere in un liquido viscoso, quale lo shampoo (sebbene tipicamente venga usata la glicerina). L’opportunità è stata immediatamente colta dal nostro gruppo che l’ha trovata di particolare interesse anche in considerazione del fatto che, parallelamente, durante le ore scolastiche, stava affrontando degli argomenti di matematica e fisica inerenti proprio ad aspetti teorici riguardanti l’esperimento.

Un altro fattore che certamente ha influenzato la nostra scelta è stato la completezza del fenomeno: esso, infatti, ci è sembrato didatticamente molto interessante non solo per gli aspetti teorici ma anche per gli aspetti sperimentali che avrebbe coinvolto. In particolare i principali aspetti teorici che avremmo incontrato sarebbero stati:

- Lo studio di un sistema meccanico e della forza d’attrito che agisce in esso;
- L’ introduzione del concetto, a noi ancora ignoto, di viscosità;
- L’ applicazione del principio di Archimede ad un caso diverso da quello del galleggiamento statico;
- L’ introduzione dei concetti di velocità limite e di regime;
- L’ applicazione della teoria della propagazione delle incertezze sperimentali in un caso non banale.

L’aspetto sperimentale che ci interessava di più, invece, era la possibilità di poter applicare in prima persona quelle poche nozioni che fino ad allora avevamo studiato solo a livello teorico e quindi immedesimarsi completamente nello scienziato che si appresta a fare un qualche esperimento e che, ancora ignaro dei risultati e di ciò che essi possono comportare, ne è ancora più incuriosito.

In particolare questi aspetti sarebbero stati i seguenti:

- L’esecuzione di misure di spazio e tempo finalizzate alla determinazione della velocità del corpo in caduta;
- L’esecuzione di misure di lunghezza mediante calibro o micrometro centesimale;
- La determinazione della densità di un liquido tramite il rapporto massa/volume;
- La costruzione di istogrammi e grafici per interpolare i dati ottenuti e ricavarne una interpretazione scientifica.

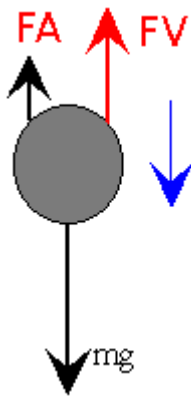
Non secondaria, inoltre, ai fini della riuscita dell’esperimento è la sua possibilità di essere ripetuto più volte facilmente e con costi poco elevati in laboratorio. Il materiale utilizzato, infatti, è facilmente reperibile e poco costoso.

Nel seguente lavoro, dunque, esponiamo punto per punto il percorso compiuto dal nostro gruppo durante il corso di questo progetto, a partire dai meri aspetti teorici, fino ad arrivare all’analisi di casi complessi e ad una conclusione.

2. PRINCIPI TEORICI

In generale una sferetta che cade immersa in un fluido è soggetta all'azione di tre forze:

- *Forza di gravità* (forza peso), $F_p = mg$, diretta verticalmente e orientata verso il basso;
- *Spinta di Archimede* (spinta idrostatica), diretta verticalmente e orientata verso l'alto;
- *Attrito del fluido* (viscosità), diretto verticalmente, orientato verso l'alto, e dipendente in generale dalla forma del corpo, dalla viscosità η e dalla densità d del liquido nonché dalla velocità v del corpo.



La forza peso è costante e si può trovare moltiplicando la massa della sferetta per l'accelerazione di gravità che si può considerare uguale a $9,81 \text{ m/s}^2$. Dato che la densità è il rapporto fra massa e volume ($d_s = \frac{m}{V}$, d_s densità sferetta) si può trovare la massa moltiplicando la densità per il volume ($m = d_s \cdot V$). Tenendo conto della formula per il volume della sfera si ha:

$$m = \frac{4}{3} \pi r^3 \cdot d_s$$

Moltiplicando questa massa per g (accelerazione di gravità) si ottiene la forza peso:

$$F_p = \frac{4}{3} \pi r^3 \cdot d_s \cdot g$$

Per quanto riguarda la spinta di Archimede, invece, essa dice che un corpo immerso in un fluido riceve una spinta verso l'alto pari al peso del volume del liquido spostato. In pratica il volume della sferetta deve essere moltiplicato per la densità d del liquido dove essa si muove ottenendo così la massa del liquido "spostato". Per ricavare la forza peso della massa contenuta in questo volume di liquido ovvero la spinta di Archimede, occorre moltiplicare per g :

$$F_A = \frac{4}{3} \pi r^3 \cdot d \cdot g$$

Per calcolare la forza di attrito del mezzo, detto attrito viscoso, che si oppone alla velocità si può fare ricorso alla legge di Stokes:

$$F_v = 6\pi\eta r \cdot v$$

dove η è la costante caratteristica del liquido che si chiama viscosità, r il raggio della sferetta e v la sua velocità. All'inizio del moto della sferetta, la forza peso prevale sulla somma della spinta di Archimede e della forza d'attrito e il moto avviene in modo accelerato. Aumentando però la velocità, aumenta anche la forza di attrito finché la risultante delle tre forze sarà nulla. Da quel momento in poi la sferetta raggiunge una velocità limite che non potrà aumentare dato che l'accelerazione è zero. In base al Principio d'Inerzia, se la risultante delle forze è nulla, il corpo mantiene costante la sua velocità.

Nell'esperimento che descriveremo nel seguito abbiamo fatto cadere delle sferette di metallo di diametro massimo 4 mm in un liquido molto viscoso, ovvero lo shampoo e ne abbiamo analizzato e osservato la seconda fase del moto, quella di regime. Questa fase è caratterizzata dalla relazione:

$$F_p - F_A - F_v = 0$$

A questo punto sostituendo tutti i termini del primo membro con le formule presentate in precedenza, otteniamo:

$$\frac{4}{3}\pi r^3 \cdot d_s \cdot g - \frac{4}{3}\pi r^3 \cdot d \cdot g - 6\pi\eta r \cdot v = 0$$

Da questa, con semplici passaggi, si giunge alla relazione:

$$V_L = \frac{2(d_s - d)g}{9\eta} \cdot r^2$$

la quale mette in evidenza l'interessante dipendenza quadratica tra la velocità limite della sferetta e il suo raggio. Ci siamo valse in particolare di questa dipendenza per scegliere la sferetta più adatta all'esperimento, considerando che la velocità limite che essa avrebbe raggiunto sarebbe aumentata col quadrato del suo raggio. A partire dalla suddetta relazione, poi, è anche possibile ricavare il valore della viscosità del liquido in cui cade la sferetta, invertendo la precedente formula:

$$\eta = \frac{2(d_s - d)gr^2}{9V_L}$$

3. DESCRIZIONE DELL'APPARATO SPERIMENTALE

Per lo svolgimento di tutte le nostre sperimentazioni abbiamo utilizzato gli strumenti più idonei che siamo riusciti a reperire. Di seguito sono nominati e descritti nello specifico.

3.1 Sferette di metallo

Abbiamo richiesto ad un ferramenta un buon numero di sferette con un diametro di 4mm, ma prima di utilizzarle per svolgere le nostre misurazioni, ci siamo voluti accertare che queste avessero effettivamente tutte una forma sferica (non presentando quindi nessuna deformazione) e un diametro di 4mm. Per verificare la loro forma e dimensione, ci siamo dotati di un calibro con una precisione del ventesimo del millimetro.

Abbiamo proceduto nelle misurazioni con un metodo particolare; non ci siamo infatti limitati a misurarla una sola volta, ma l'abbiamo girata su se stessa e misurata diverse volte, assicurandoci in tal modo non soltanto di ottenere la misura del diametro, ma che questo fosse uguale in ogni misurazione della stessa sferetta e che quindi questa avesse effettivamente una forma sferica.

I risultati ottenuti sono stati rielaborati e riportati di seguito:



Diametri	Percentuale di sfere
4,00 mm	69%
4,10 mm	18%
4,05 mm	13%

Terminate le misurazioni ci è risultato che le sfere fossero tutte effettivamente tali (sferiche) ma che tra loro presentassero diametri leggermente differenti (vedi tabella sopra). Calcolando il valore medio dei diametri e considerando l'incertezza dello strumento abbiamo ottenuto $(4,02 \pm 0,05)$ mm (valore medio approssimato con un numero di cifre dopo la virgola pari a quelle presenti nell'incertezza).

L'osservazione prolungata delle vicine tacchette indicatrici del calibro, unita al numero elevato di misurazioni eseguite (110) ha, tuttavia, provocato un affaticamento della vista degli esaminatori. Tale disagio può aver contribuito a causare una minima imprecisione dei risultati.

3.2 Cilindro graduato

Il fenomeno fisico che abbiamo deciso di riprodurre sperimentalmente, come è stato mostrato nel paragrafo iniziale riguardante i principi teorici, è stato precedentemente studiato ed analizzato dal fisico irlandese George Stokes.

Tuttavia la teoria che elaborò e dimostrò presupponeva che il corpo si muovesse in un mezzo di estensione infinita, perché altrimenti le onde prodotte dal moto della sfera nel liquido viscoso, una volta rimbalzate contro le pareti e tornate al corpo in caduta, avrebbero alterato la sua velocità. Ovviamente noi non possediamo i mezzi per ovviare a questo fenomeno ma nonostante ciò abbiamo cercato il cilindro più alto e largo che riuscivamo a trovare. Quello che abbiamo recuperato, oltre a presentare un'altezza 43cm è dotato di un diametro di 6 cm, dimensioni sufficienti sia per minimizzare l'effetto parete e quello fondo¹ sia per avere il tempo necessario di analizzare la sfera che, per i motivi già anticipati nell'introduzione, è stata scelta di 4 mm.

3.3 Cronometro

I tempi di caduta delle sfere nel liquido viscoso sono stati registrati grazie a dei cronometri i quali tuttavia potevano essere azionati e fermati solo per via manuale. Durante le misurazioni abbiamo adottato tre diversi apparecchi elettronici. Il primo è stato il cronometro di un cellulare che permetteva di registrare i tempi parziali con una precisione del centesimo di secondo; il secondo quello di un cellulare con precisione millesimale, anche se abbiamo deciso di impostarlo con una precisione centesimale perché abbiamo convenuto che essendo regolato manualmente avesse poco senso tenere conto dei millesimi di secondo; per ultimo abbiamo utilizzato un cronometro elettronico (in foto) in dotazione alla scuola



¹ Gli effetti citati sono stati ampiamente descritti ed analizzati da Vittorio Lucio Callegaro e Paolantonio Marazzini nell'articolo *Correzioni alla legge di Stokes per la misura della viscosità di un liquido* tratto dalla rivista "La fisica nella Scuola", pagg.17-26, edizione n.XXXIX,1,2006.

sempre di precisione millesimale, al quale, per la medesima ragione, abbiamo impostato la modalità centesimale. Solo in un'occasione siamo ricorsi all'impiego dei millesimi di secondo, ma lo abbiamo fatto per esaltare l'incidenza dell'errore casuale.

3.4 Descrizione generale dell'operazione

Per prima cosa si procedeva con il travasamento di 1l di shampoo all'interno del cilindro, cercando di ottenere il minor numero possibile di bolle d'aria intrappolate nel liquido, affinché queste successivamente non interferissero con il moto della sferetta. Per fare ciò si è proceduto alla stessa maniera con cui gli osti versano la birra nei pub, ovvero inclinando il cilindro e versando delicatamente il liquido lungo la parete. In realtà, quando ci è stato possibile, ci siamo limitati a versarlo con un giorno di anticipo così che il giorno seguente, l'aria intrappolata nel liquido, sarebbe già salita in superficie e dispersa nell'ambiente.

Tuttavia quando si è dovuto lavorare in tempi molto brevi per riuscire ad eseguire le misurazioni del moto della sferetta prima che la temperatura del liquido cambiasse, si è ricorsi al primo metodo spiegato.

Prima di essere fatte cadere nel liquido le sfere venivano adeguatamente pulite con l'alcol, poi con delle pinzette, si avvicinavano il più possibile alla superficie dello shampoo (in modo tale da impedire un'accelerazione del corpo data dalla caduta in aria della sferetta) e quindi venivano lasciate cadere nel mezzo del cilindro così da ridurre al minimo l'effetto-parete (di cui si è parlato in precedenza) delle onde prodotte da queste. Per riuscire a misurare gli intervalli di tempo trascorsi in spazi predefiniti, abbiamo dovuto misurare e disegnare sulla superficie di vetro del cilindro delle tacchette graduate con una riga millimetrata.

4. MISURA DELLA DENSITA'

Per misurare la densità del liquido ci siamo procurati un cilindro graduato con sensibilità di 0,5ml e con portata di 50 ml, una pipetta per riempire il cilindro con lo shampoo per evitare che si formassero bolle d'aria, una bilancia per misurare la massa del cilindro senza liquido (tara) e poi con il liquido. Dopo di che abbiamo iniziato a misurare la massa dello shampoo, mettendo 10 ml di liquido per volta e pesandolo, fino a riempire il cilindro; l'operazione è stata ripetuta due volte. In seguito abbiamo calcolato la media delle masse in corrispondenza di ciascun volume e determinato la loro incertezza con la formula della semidispersione ovvero:

$$\Delta val. = (val. max - val. min.) / 2.$$

Per il volume abbiamo indicato come incertezza la sensibilità del cilindro (0,5ml).

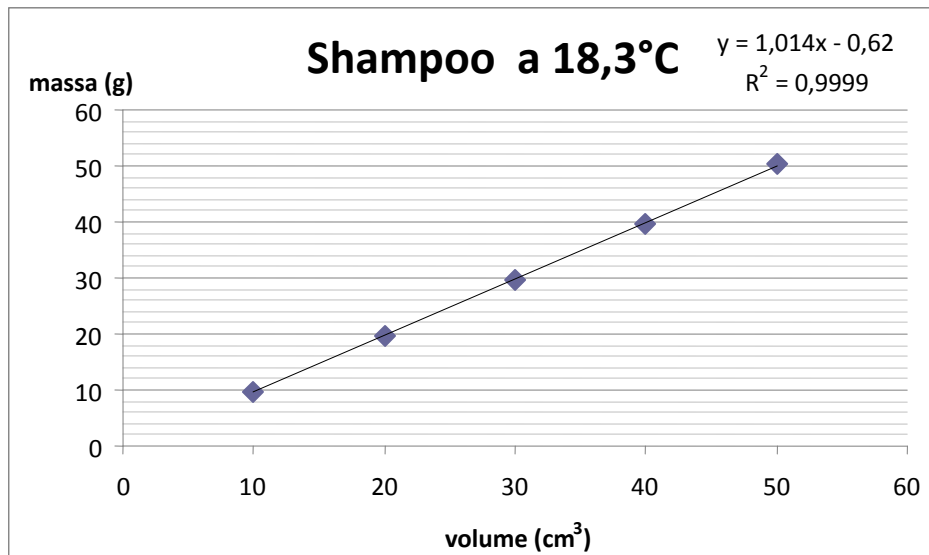
I dati sono riportati nella seguente tabella:

DATI GREZZI					MISURE	
Volume (ml)	massa (g)	massa (g)	media masse (g)	Incertezza (g)	Volume (ml)	massa media (g)
10	9,78	9,28	9,53	0,25	10±0,5	9,5±0,2
20	19,94	19,64	19,79	0,15	20±0,5	19,8±0,2
30	29,62	29,8	29,71	0,09	30±0,5	29,7±0,1
40	39,71	39,86	39,785	0,075	40±0,5	39,8±0,1
50	50,11	50,31	50,21	0,1	50±0,5	50,2±0,1

Infine abbiamo calcolato la densità dello shampoo massa/volume e la sua incertezza attraverso la legge della propagazione degli errori: $\Delta d_s = d_s (\Delta m/m + \Delta V/V)$.

Il risultato è il seguente: $(1,01 \pm 0,06) \text{ g/cm}^3$

Poi abbiamo costruito un grafico di dispersione tra massa e volume e, come si può notare, la densità rappresenta il coefficiente angolare della retta ottenuta.



6. STUDIO DEL MOTO DI UNA SFERETTA IN UN LIQUIDO VISCOSO: VERIFICA DELL'MRU

Dopo aver misurato la densità del liquido viscoso, sapendo che una sferetta in moto in un liquido viscoso è inizialmente soggetta ad una fase di moto accelerato, abbiamo verificato che in seguito ad esso assumesse effettivamente una velocità di regime.

Per questo tipo di verifica ci siamo muniti del cronometro con la modalità di tempi parziali e del cilindro descritto in precedenza. La zona presa in considerazione per le misurazioni del moto della sferetta comprendeva l'intero spazio occupato dal liquido. Quest'ultimo, inoltre, è stato suddiviso in nove intervalli evidenziati da delle tacchette colorate, disegnate direttamente sulla superficie del cilindro tramite un evidenziatore e distanti 3,5 cm l'uno dall'altra utilizzando una riga millimetrata. Procedendo con l'esperimento abbiamo riportato su una tabella spazio-tempo tutte le misurazioni fatte. Confrontandole, poi, tra di loro, è stata scelta una tra le dieci serie di misurazioni che ci sembrava più significativa ai fini dell'esperimento: mentre, infatti, le prime misurazioni presentavano profonde incongruenze reciproche causate dalla nostra iniziale inesperienza e disattenzione nel maneggiare gli strumenti, quelle successive, eseguite prestando particolare attenzione a tutti i vari fattori che sapevamo avevano contribuito alla mal riuscita delle misurazioni precedenti (ad esempio bolle d'aria rimaste nel liquido o il corretto punto di rilascio delle sferette...), sono risultate migliori.

Qui di seguito riportiamo la suddetta misurazione unita alla misura della velocità della sferetta in ogni tratto, calcolata mediante la formula $V = \Delta s / \Delta t$. Questa ulteriore misura ci è servita per verificare se in ogni intervallo la velocità fosse la medesima.

	Δs (cm)	Δt (s)	V_m (cm/s)
1	3,5	3.33	
			$(s_2-s_1):(t_2-t_1)= 0.97$
2	7.0	6.93	
			$(s_3-s_2):(t_3-t_2)= 0.97$
3	10.5	10.53	
			$(s_4-s_3):(t_4-t_3)= 1.09$
4	14.0	13.72	
			$(s_5-s_4):(t_5-t_4)= 1.00$
5	17.5	17.19	
			$(s_6-s_5):(t_6-t_5)= 0.99$
6	21.0	20.70	
			$(s_7-s_6):(t_7-t_6)= 1.03$
7	24.5	24.07	
			$(s_8-s_7):(t_8-t_7)= 1.05$
8	28.0	27.40	
			$(s_9-s_8):(t_9-t_8)= 1.06$
9	31.5	30.69	

Come si evince dalla tabella le velocità medie nei vari tratti si mantengono sullo stesso valore; pertanto possiamo ritenere che il moto sia uniforme fin dall'inizio e che la sferetta avanzi, quindi di spazi uguali in tempi uguali. Di conseguenza calcoleremo il valore medio della velocità come la media delle velocità medie. Esso vale 1,02 cm/s.

In seguito per stabilire il numero di cifre significative dopo la virgola abbiamo calcolato l'incertezza con la legge di propagazione degli errori.

$$\varepsilon(v) = v \left[\frac{\varepsilon(\Delta s)}{\Delta s} + \frac{\varepsilon(\Delta t)}{\Delta t} \right]$$

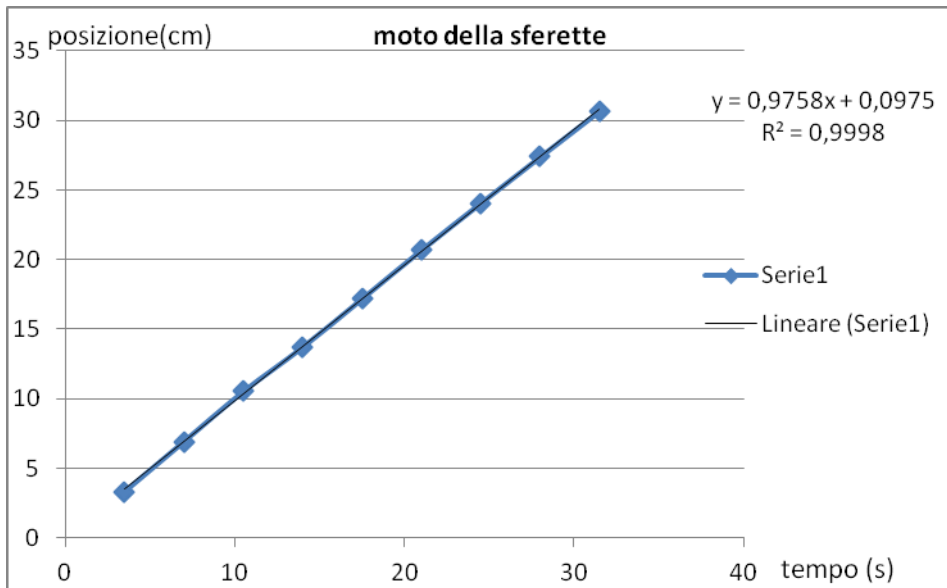
Consideriamo come errore sul tempo la sensibilità del cronometro: 0,01s . Quindi $\varepsilon(\Delta t) = 0,02$ s.

Per quanto riguarda l'errore sulle lunghezze abbiamo scelto la sensibilità della riga con cui abbiamo fissato le tacche sul vetro: 0,1 cm. Quindi $\varepsilon(\Delta s) = 0,2$ cm.

In corrispondenza del valore medio di Δs , essendo sempre lo stesso, abbiamo usato 3,5 cm,. per quanto riguarda il valore medio di Δt , esso vale 3,42 s mentre quello della velocità è, come già detto: 1,02 cm/s.

Sostituendo nella formula precedente questi valori, abbiamo ottenuto che l'errore sulla velocità è: $\varepsilon(v) = 0,07$ cm/s e che la misura della velocità è: $(1,02 \pm 0,07)$ cm/s.

Dopo aver dimostrato algebricamente l'uniformità di questo moto rettilineo, abbiamo deciso di rappresentare con un grafico spazio-tempo il moto, utilizzando i dati riportati nella tabella precedentemente illustrata. Ponendo in ascissa il tempo e in ordinata la posizione, interpolando i dati al computer, la retta ottenuta è stata la seguente:



Siccome l'equazione della retta è del tipo $y=mx+q$, sapendo che il coefficiente angolare (m) non è altro che la velocità media della sferetta (infatti esso rappresenta il rapporto tra la distanza percorsa e l'intervallo di tempo corrispondente), ecco che abbiamo ottenuto un'ulteriore conferma dell'uniformità di questo moto rettilineo e del valore della sua velocità.

Le conclusioni tratte a seguito di queste verifiche ci hanno portato ad affermare che dal momento in cui la sferetta veniva rilasciata nel liquido essa subiva sì una primitiva fase di moto accelerato, ma che questa era in realtà di durata troppo breve per poter essere misurata.

6. CALCOLO DEL COEFFICIENTE DI VISCOSITA'

La viscosità indica la resistenza che oppone lo shampoo all'essere attraversato dalle sferette. La forza di attrito viscoso dipende, oltre che dalla velocità, anche dal fluido in cui l'oggetto si muove, dalla forma e dalle dimensioni dell'oggetto in movimento. Quindi innanzitutto abbiamo trovato la misura della densità dell'acciaio; poi, dopo aver calcolato la densità e la velocità media, abbiamo proseguito svolgendo il seguente calcolo per trovare il coefficiente di viscosità con la legge di Stokes:

$$\eta = \frac{2(d_s - d)gr^2}{9V_t}$$

DATI		
d shampoo	1,01 ± 0,06	g/cm ³
d _s acciaio	7,87*	g/cm ³
raggio	2,01 ± 0,05	mm
velocità	1,02 ± 0,1	cm/s

*Tratto da "Acciai e leghe" di Walter Nicodemi

- Equivalenze necessarie per lo svolgimento dei calcoli

$$d_{\text{shampoo}}: 1,01 \text{ g/cm}^3 = 1,01 \cdot 10^{-3} \text{ kg/m}^3$$

$$d_{\text{s acciaio}}: 7,87 \text{ g/cm}^3 = 7,87 \cdot 10^{-3} \text{ kg/m}^3$$

$$\text{Raggio: } 2,01 \text{ mm} = 2,01 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$$

$$\text{Velocità: } 1,02 \text{ cm/s} = 1,02 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$$

- Di seguito riportiamo l'equazione ed il risultato

$$\eta = \frac{2(ds - d)gr^2}{9L} = [2(7,87-1,01) \cdot 10^3 \cdot 9,81 \cdot (2,01)^2 \cdot 10^{-6}] / 9 \cdot 1,02 \cdot 10^{-2}$$

Il risultato ottenuto è di 6,2 Pa s

Ricercando in rete altri esempi di viscosità dello shampoo, ci siamo imbattuti nel dispaccio n°2/1/2296/COM datato 06/11/2001 del Ministero della Difesa, nel quale è riportato che gli shampoo a norma, alla temperatura di 25°C, devono presentare una viscosità compresa tra 4000 e 6000 mPs. Partendo da questo dato e confrontandolo con il nostro, la viscosità del nostro shampoo sarebbe troppa elevata, ma siccome le misurazioni sono state effettuate ad una temperatura di 18.3°C e si è visto che al diminuire della temperatura la densità e quindi la viscosità aumentano, considerando questo parametro possiamo affermare che lo shampoo considerato è a norma di legge.

7. MISURA DEL TEMPO DI CADUTA DI 200 SFERETTE

Dopo aver dimostrato che il moto considerato è un moto rettilineo uniforme siamo passati alla misura del tempo di caduta vera e propria: dopo aver predisposto l'apparato sperimentale menzionato in precedenza (cilindro graduato, sfere d'acciaio, cronometro) si è misurato il tempo di caduta di 200 sfere d'acciaio. Inizialmente abbiamo considerato uno spazio di 12,25 cm dal punto di ingresso nel liquido viscoso ma successivamente, riflettendo sulle interferenze che le sfere presenti sul fondo avrebbero potuto esercitare, abbiamo deciso di considerare solo l'intervallo compreso tra 10,5 cm dal punto di caduta della sfera e 12,25 cm dal fondo in modo sia da ridurre l'effetto delle interferenze sopra citate sia in modo da considerare una porzione di liquido "centrale" che quindi avesse delle condizioni più omogenee (come la temperatura). Purtroppo il risultato non è stato pienamente soddisfacente perché, nonostante il grande numero di misurazioni, non siamo riusciti ad ottenere una distribuzione di frequenza simmetrica che descrivesse l'errore casuale e quindi ci siamo domandati quali fattori avessero viziato la nostra misura. Dopo aver preso in considerazione diverse ipotesi ci siamo trovati d'accordo nel constatare che i fattori più incisivi che avevano contribuito all'alterazione della simmetria:

- 1) La formazione occasionale di bolle nello shampoo, causate dalla caduta delle sfere stesse, che tendevano a creare una sorta di "scia" la quale influenzava la misura del tempo di caduta dei gravi considerati che però era riscontrabile solo dopo un discreto numero di misurazioni.
- 2) La variazione della temperatura che in qualche modo poteva modificare la viscosità dello shampoo e quindi la velocità di caduta delle sfere.

Abbiamo avviato al primo problema predisponendo il giorno precedente quello dell'esperimento 2 cilindri graduati nelle stesse condizioni, dopo 100 misurazioni abbiamo estratto le sfere dal primo cilindro tramite un colino e abbiamo proseguito l'esperimento servendoci dello shampoo non modificato dalle "scie" delle sfere.

Il secondo problema invece ci ha interessato a tal punto che abbiamo deciso di studiare a fondo le relazioni tra il variare della temperatura e del tempo di caduta delle sfere.

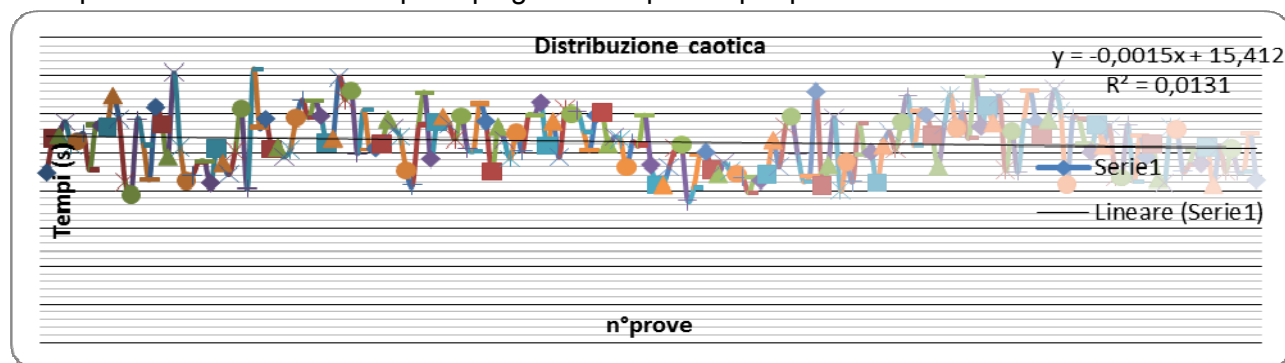
Nella seguente tabella vengono riportate le nostre misure:

n°	Δt (s)	Temp.(°C)	n°	Δt (s)	Temp.(°C)	n°	Δt (s)	Temp.(°C)	n°	Δt (s)	Temp.(°C)
1	14,462	17,20	51	16,365	17,80	101	14,664	18,10	151	15,620	18,20
2	15,374	17,20	52	16,613	17,80	102	14,147	18,10	152	16,064	18,20
3	15,440	17,20	53	14,965	17,80	103	14,143	18,10	153	15,374	18,20
4	15,801	17,20	54	16,114	17,80	104	14,611	18,10	154	16,983	18,20
5	15,175	17,20	55	15,079	17,80	105	15,109	18,10	155	15,675	18,20
6	15,302	17,20	56	15,106	17,80	106	15,201	18,10	156	16,220	18,20
7	15,488	17,20	57	15,221	17,80	107	13,727	18,10	157	15,773	18,20
8	14,536	17,20	58	15,871	17,80	108	14,065	18,10	158	16,456	18,20
9	15,728	17,20	59	15,625	17,80	109	14,923	18,10	159	14,525	18,20
10	15,695	17,40	60	15,401	17,90	110	15,006	18,20	160	15,547	18,30
11	15,665	17,40	61	14,512	17,90	111	14,530	18,20	161	14,484	18,30
12	16,490	17,40	62	14,132	17,90	112	14,421	18,20	162	15,826	18,30
13	15,879	17,40	63	15,718	17,90	113	14,711	18,20	163	16,631	18,30
14	14,211	17,40	64	16,568	17,90	114	14,506	18,20	164	15,789	18,30
15	13,876	17,40	65	14,824	17,90	115	14,426	18,20	165	15,432	18,30
16	15,852	17,40	66	15,790	17,90	116	14,342	18,20	166	15,854	18,30
17	15,184	17,40	67	15,941	17,90	117	13,938	18,20	167	16,664	18,30
18	14,284	17,40	68	15,728	17,90	118	14,348	18,20	168	16,073	18,30
19	16,187	17,70	69	15,339	17,90	119	14,253	18,20	169	14,155	18,30
20	15,738	17,70	70	15,947	18,00	120	14,407	18,20	170	15,917	18,30
21	14,881	17,70	71	15,103	18,00	121	15,326	18,20	171	15,866	18,30
22	17,090	17,70	72	15,040	18,00	122	14,624	18,20	172	15,225	18,30
23	15,122	17,70	73	16,274	18,00	123	15,668	18,20	173	15,009	18,30
24	14,245	17,70	74	15,804	18,00	124	15,944	18,20	174	15,716	18,30
25	14,383	17,70	75	14,487	18,00	125	14,953	18,20	175	15,175	18,30
26	14,728	17,70	76	15,669	18,00	126	14,211	18,20	176	15,682	18,30
27	14,751	17,70	77	15,322	18,00	127	14,388	18,20	177	14,350	18,30
28	14,193	17,70	78	14,834	18,00	128	16,594	18,20	178	14,333	18,30
29	15,086	17,60	79	15,501	18,00	129	14,124	18,20	179	15,712	18,30
30	14,721	17,60	80	15,036	18,00	130	14,671	18,20	180	14,220	18,30
31	14,417	17,60	81	15,985	18,00	131	15,916	18,20	181	15,428	18,30
32	15,034	17,60	82	15,979	18,00	132	14,001	18,20	182	14,875	18,30
33	16,146	17,60	83	16,306	18,00	133	14,744	18,20	183	15,227	18,30
34	14,046	17,60	84	15,168	18,00	134	14,220	18,20	184	14,297	18,30
35	17,180	17,60	85	15,816	18,00	135	15,737	18,20	185	14,180	18,30
36	15,642	17,60	86	14,867	18,00	136	14,937	18,20	186	15,659	18,30
37	15,878	17,60	87	16,141	18,00	137	15,004	18,20	187	15,596	18,30
38	15,084	17,60	88	16,006	18,00	138	14,201	18,20	188	14,505	18,30
39	15,126	17,70	89	16,093	18,00	139	15,180	18,20	189	14,667	18,30
40	14,876	17,70	90	15,528	18,00	140	15,539	18,20	190	15,070	18,20

n°	Δt (s)	Temp.(°C)	n°	Δt (s)	Temp.(°C)	n°	Δt (s)	Temp.(°C)	n°	Δt (s)	Temp.(°C)
41	15,060	17,70	91	15,059	18,00	141	15,078	18,20	191	14,700	18,20
42	15,909	17,70	92	15,963	18,00	142	15,802	18,20	192	15,132	18,20
43	16,370	17,70	93	16,023	18,00	143	16,478	18,20	193	14,150	18,20
44	15,901	17,70	94	15,225	18,00	144	15,186	18,20	194	15,140	18,20
45	16,345	17,70	95	15,400	18,00	145	16,104	18,20	195	14,496	18,20
46	15,950	17,70	96	15,343	18,00	146	15,980	18,20	196	15,089	18,20
47	15,254	17,70	97	14,604	18,00	147	15,442	18,20	197	14,497	18,20
48	15,365	17,70	98	15,271	18,00	148	14,634	18,20	198	14,515	18,20
49	16,959	17,80	99	15,183	18,00	149	15,718	18,20	199	15,513	18,20
50	16,365	17,80	100	15,980	18,10	150	16,520	18,20	200	14,266	18,20

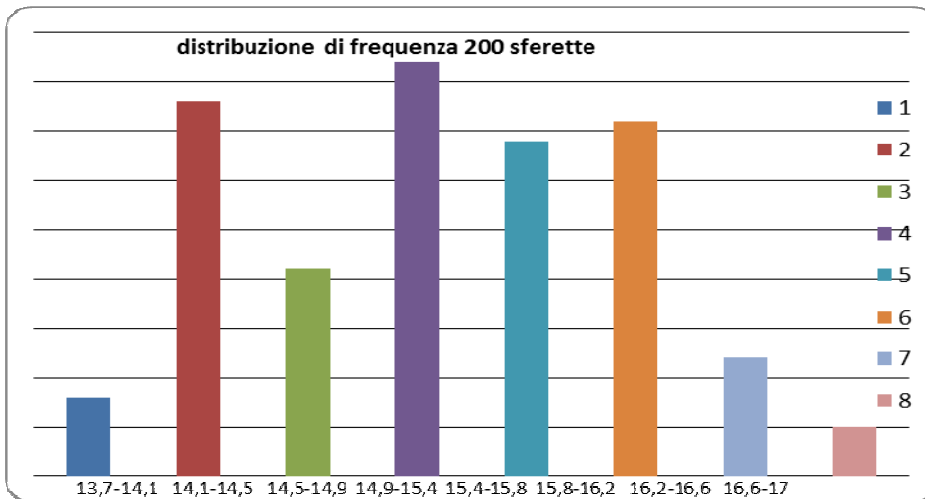
La tabella evidenzia la distribuzione caotica dei dati raccolti e la temperatura corrispondente ad ogni rilevazione cronometrica, questa distribuzione rappresenta i dati grezzi.

Per analizzare meglio i dati abbiamo costruito un grafico dove abbiamo messo in ascissa il numero della prova e in ordinata il tempo impiegato dalla pallina per percorrere il tratto considerato.



E' interessante notare che il coefficiente angolare della retta di interpolazione dei dati è leggermente negativo, questo rafforza la tesi che vedremo in seguito secondo la quale l'aumentare della temperatura fa diminuire i tempi di caduta.

Di seguito è riportato l'istogramma relativo alla distribuzione dei tempi delle 200 sferette considerate. Per determinare il numero di bande di frequenza da costruire abbiamo utilizzato la seguente formula: $K=1+3,322\lg N$ dove K è il numero di bande di frequenza e N il numero di prove; il risultato è 8,6. Quindi utilizzato otto bande di frequenza.



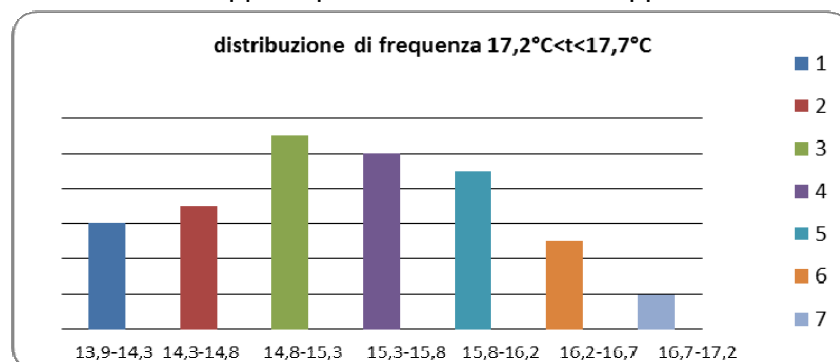
T Medio: 15,265 s

Come si può vedere la distribuzione dei tempi non è perfettamente simmetrica, probabilmente questo è dovuto al fatto che nonostante i nostri accorgimenti le "scie" abbiano rappresentato un errore sistematico nel nostro esperimento.

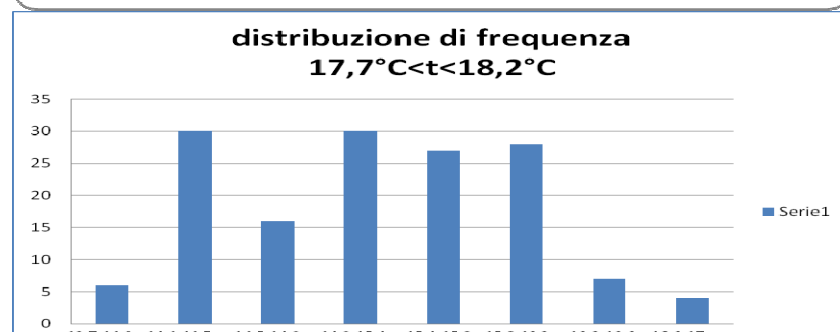
Per analizzare meglio l'influenza della temperatura sui dati ottenuti, invece, abbiamo deciso di dividere le nostre 200 misure in due gruppi, nel primo gruppo abbiamo messo le misure dove la temperatura oscillava tra 17,2°C e 17,7°C, nel secondo invece le misure dove la temperatura oscillava tra 17,7°C e 18,2°C. Nel primo grafico (corrispondente alle prime cinquanta misure) la disposizione è quasi simmetrica, nel secondo grafico (intervallo 17,7°C-18,2°C) il dato relativo all'intervallo tra 14,134 s e 14,541 s rappresenta un picco di valori, questa disposizione ci porta a ritenere che le "scie" citate in precedenza abbiano abbassato il valore dei tempi ma solo nelle misure successive alla cinquantesima, di fatti, l'uso di cilindri differenti ci ha permesso di avere solo 100 misure su 200 e 50 su 150 non vizzate in maniera significativa dalle "scie".

Questa tuttavia non è l'unica conclusione a cui siamo giunti: il tempo medio di caduta delle prime 50 sferette è 15,316 s, che è maggiore rispetto a quello delle ultime 150 misure che vale 15,249s, questo fatto ci porta ad affermare che all'aumentare della temperatura la velocità di caduta delle sferette aumenta. Ulteriori sviluppi di questa tesi saranno sviluppati successivamente.

T Medio: 15,316 s



T Medio: 15,249 s



8. NUOVE VERIFICHE SPERIMENTALI NECESSARIE PER LA RIELABORAZIONE DEI DATI

Inizialmente abbiamo osservato e misurato la caduta delle sferette nel liquido viscoso senza tuttavia prestare particolare attenzione a fattori potenzialmente incisivi sull'esito delle misurazioni. Questo è risultato evidente, nella stesura e nella rielaborazione dei dati raccolti, quando abbiamo riscontrato alcune irregolarità che ci hanno portato alla formulazione di diverse ipotesi riguardo le loro possibili cause. Discutendone insieme, abbiamo individuato tra i fattori che potevano alterare le condizioni in cui veniva eseguito l'esperimento, due che secondo noi avrebbero potuto incidere più sensibilmente sui dati: la posizione da cui veniva rilasciata la sferetta e la temperatura del liquido viscoso. Si è dunque deciso in primo luogo di verificare queste due ipotesi per via sperimentale.



La verifica sperimentale riguardante la diversa posizione di rilascio delle sferette ha dimostrato che le sferette che si muovono nel centro del cilindro cadono leggermente più veloci rispetto a quelle che si muovono vicino alla parete del cilindro. Tuttavia applicando il fattore di correzione per i bordi e per il fondo ai dati è risultato evidente che questa piccola differenza non spiegasse le discrepanze riscontrate nel grafico. Inoltre grazie all'impiego della termocoppia abbiamo osservato che la temperatura del liquido, varia a seconda che la si misuri vicino alle pareti (dove è più fredda) piuttosto che nel mezzo (dove è più calda) e quindi si è ipotizzato che anche in questo caso il fattore più incisivo fosse la temperatura. Messa da parte la prima ipotesi, abbiamo verificato la seconda.

8.1 MISURAZIONI AL VARIARE DELLA TEMPERATURA

Successivamente abbiamo deciso di approfondire il tema dell'influenza della temperatura sul tempo di caduta delle sferette.

Si è quindi riscaldato il liquido per mezzo di una piastra elettrica tenendolo a 50°C a bagno maria per un'ora. Quindi abbiamo travasato lo shampoo all'interno del cilindro graduato prendendo come estremi due punti a 12 cm di distanza tra loro e abbiamo proceduto con le misurazioni monitorando la temperatura tramite una termocoppia inserita all'interno del liquido (immagini superiori). Partendo da una temperatura di 52°C abbiamo preso cinque misure per ogni grado pari fino ad arrivare a 20°C, in modo da verificare se effettivamente al variare della temperatura vari anche il tempo di caduta. Man mano che la temperatura del liquido tendeva ad uniformarsi con quella dell'ambiente esterno, raffreddandosi, i tempi di caduta aumentavano visibilmente. Se infatti a

52°C la sferetta impiegava solo 0,35 secondi circa a percorrere lo spazio considerato, già a 30°C ce ne metteva quasi 4, mentre a 20°C arrivava ad impiegarne ben 9!

Qui di seguito riportiamo una tabella con, a sinistra, i valori della temperatura misurati dalla termocopia, e a destra la media matematica dei cinque tempi misurati per ogni grado. Per quanto concerne il valore della temperatura, abbiamo motivo di credere che essa all'interno del cilindro fosse in realtà leggermente più alta di quella misurata in superficie dalla termocopia, di conseguenza di tanto in tanto scuotevamo il cilindro oppure mescolavamo il liquido di modo da uniformarne la temperatura interna.

Dopo aver dimostrato che effettivamente al variare della temperatura varia anche l'intervallo di tempo in cui la sferetta percorre un determinato spazio, e più precisamente tanto maggiore è la temperatura, tanto minore è il tempo di caduta e viceversa, abbiamo deciso di rappresentare il rapporto tra queste due grandezze mediante un grafico tempo-temperatura.

Di seguito riportiamo il

Temp.(°C)	Tempi (s)
52	0,35
49	0,45
48	0,412
46	0,604
44	0,784
42	0,874
40	1,092
38	1,236
36	1,698
34	2,498
32	2,81
30	3,362
28	3,7
26	4,684
24	6,196
22	7,452
20	9,072

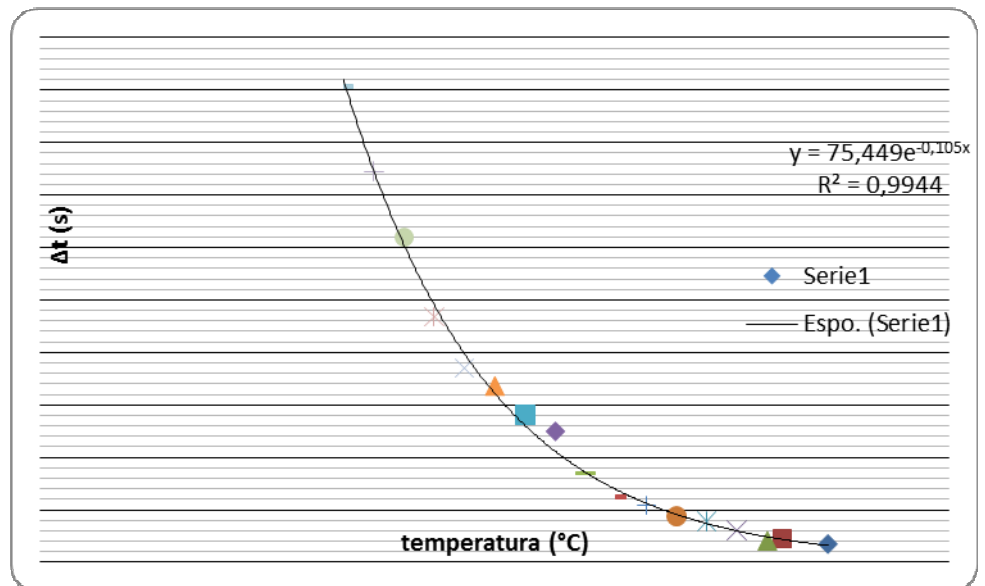


grafico:

Come si vede, le medie dei dati inserite seguono un andamento piuttosto regolare che noi abbiamo evidenziato mediante una curva che li interpolasse. Questa esprime una funzione che mostra una dipendenza di tipo esponenziale tra la temperatura e il tempo di caduta delle sferette.

9. CONCLUSIONI

Riassumendo tutto il percorso svolto fino ad ora, le tappe fondamentali del nostro lavoro sono state lo svolgimento di varie misure sperimentali nel tratto individuato, all'interno del quale la sferetta presentava una velocità limite ed il calcolo della sua velocità media unito all'analisi più approfondita di eventuali fattori di influenza che non dipendevano dal nostro errore sperimentale (come la temperatura).

Dunque, dopo aver studiato nel dettaglio tutti gli aspetti del moto di una sferetta in un liquido viscoso, abbiamo ottenuto il coefficiente di viscosità del mezzo calcolandone precedentemente la densità.

A questo punto partendo dai risultati grezzi che avevamo raggiunto ci siamo soffermati principalmente sulla costruzione di grafici e tabelle al fine di renderli più omogenei e ordinati.

Contrariamente a quello che ci aspettavamo, però, non tutti i grafici presentavano un andamento regolare.

Inizialmente abbiamo pensato ad un nostro errore nelle misurazioni o ad un'eccessiva superficialità nello svolgimento dell'esperimento.

Abbiamo dunque agito di conseguenza: mano a mano che lavoravamo al progetto abbiamo radicalmente cambiato l'approccio nei confronti del lavoro sperimentale. Se infatti inizialmente svolgevamo le misurazioni con disinvoltura e poca attenzione verso le leggere differenze che si manifestavano durante la riproduzione dell'esperimento, nel momento in cui abbiamo interpretato i dati raccolti e ci siamo domandati il motivo per il quale il medesimo fenomeno si riproducesse in maniere leggermente differenti, abbiamo convenuto che fosse necessario ripetere molti esperimenti con più precisione. Ripetendoli, abbiamo applicato tecniche sempre nuove e migliori per riprodurre il fenomeno al meglio, e ci siamo accorti di come sia necessaria attenzione anche per i più piccoli dettagli, perché, come ci è risultato evidente, la regolarità dei dati è strettamente legata alla regolarità delle condizioni in cui viene svolto l'esperimento.

Perché allora continuavamo ad ottenere risultati non del tutto regolari nei grafici?

Per rispondere a questa domanda siamo partiti dal titolo stesso di questo progetto: "Caos e ordine nel mondo della natura". Di fatto, noi siamo riusciti ad ottenere, a partire da una serie caotica e inorganica di dati, numerosi grafici che presentavano, seppur diversi tra di loro, degli andamenti regolari (come si può notare nel capitolo riguardante la misura delle 200 sferette).

Infatti come si afferma nell'antica mitologia greca, Ordine e Disordine (Cosmos e Chaos) hanno una parentela etimologica: il primo, cioè l'ordine razionale del mondo, nasce sempre da uno sfondo caotico. Quello che abbiamo avuto modo di provare, dunque, è che di fatto i due livelli coesistono. Secondo la teoria degli errori la distribuzione delle misure tende ad essere simmetrica quando si esegue un numero elevato di misure, tuttavia ci siamo resi conto che durante l'esecuzione di queste avvengono significative variazioni delle condizioni fisiche del sistema. Questo è quello che ci sembra abbia impedito di ottenere quel tipo di distribuzione.

10. BIBLIOGRAFIA

- ❖ Paolantonio Marazzini, Lorenzo Mazzoni, M. Elisa Bergamaschini. *"Fisica. Ipotesi teorie esperimenti"*, ed. Minerva Scuola, 2012
- ❖ Ugo Amaldi. *"Le traiettorie della fisica"*, ed. Zanichelli, 2012
- ❖ Paolantonio Marazzini, Vittorio Lucio Callegaro. *"La fisica nella scuola"* ed. n°XXXIX, 1, 2006
- ❖ Walter Nicodemi. *"Acciai e leghe non ferrose"* ed. Zanichelli

SITOGRAFIA

- ❖ www.wikipedia.org – George Stokes, dinamica dei fluidi
- ❖ www.difesa.it – Commiservizi, Specifiche tecniche, Doccia-shampoo 2001